

分式的化简求值

一、先化简再求值

分式的化简求值这部分，要先进行分式的_____，化简后，再求值。与有理数混合运算一样，先算_____，再算_____，最后算_____，有括号要先算_____，当有多层括号时，从____向____去括号，若是同级运算，则按从____向____的顺序进行，计算结果要化为最简分式或整式。

例题

1. 当 $x = 1$ 时， $\left(x - 2 - \frac{4}{x^2 - 2x}\right) \div \frac{x+2}{2x^2} = (\quad)$.
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
2. 若 $x = -1$ ， $y = 2$ ，则 $\frac{2x}{x^2 - 64y^2} - \frac{1}{x - 8y}$ 的值等于 $(\quad)$.
A. $-\frac{1}{17}$ B. $\frac{1}{17}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{15}$
3. 先简化，再求值： $\frac{x}{x^2 - 2x + 1} \div \left(\frac{x+1}{x^2 - 1} + 1\right)$ ，其中 $x = \sqrt{2} + 1$.
4. 先化简，再求值： $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{2a - 2b} \div \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$ ，其中 $a = \sqrt{5} + 1$ ， $b = \sqrt{5} - 1$.

5. 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 + 2x} \div \left(x - 2 - \frac{12}{x + 2}\right) - \frac{1}{x + 4}$, 其中 x 为方程 $5x + 1 = 2(x - 1)$ 的解.

练习

6. 当 $x = 2$ 时, 代数式 $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 9} \cdot \frac{x + 3}{x^2 - 2x + 1} \cdot \frac{x^2 - 6x + 9}{x + 1}$ 的值为 _____.
7. 若 $x = -5$, $y = 2$, 则 $\frac{2x}{x^2 - 16y^2} - \frac{1}{x - 4y}$ 的值等于 ().
- A. $\frac{1}{17}$ B. $\frac{1}{15}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{3}$
8. 先化简, 再求值: $\left(x + 2 - \frac{5}{x - 2}\right) \div \frac{x - 3}{x - 2}$, 其中 $x = -\frac{4}{\sqrt{5} + 3}$.

9. 化简并求值: $\left(\frac{1}{x - y} + \frac{1}{x + y}\right) \div \frac{2x - y}{x^2 - y^2}$, 其中 x, y 满足 $|x - 2| + (2x - y - 3)^2 = 0$.

10. 先化简，再求值： $\left(\frac{x+2}{x} - \frac{x-1}{x-2}\right) \div \frac{x-4}{x^2-4x+4}$ ，其中 x 是不等式 $3x+7 > 1$ 的负整数解。

二、特殊思想求值

1. 整体代入求值

整体代入求值需要将已知条件____，得到相应的____；然后将问题中的代数式进行____后，进行____求解。

2. 引入参数求值

对于类似____的分式而言，通过引入____，可以得到相应字母间的等量关系，代入进行化简。

3. 分式降次求值

对于含有____的分式，通常需要将____或分式的____同时降次，然后利用____公式，将已知条件带入求解。

4. 取倒数求值

这部分常见于分式中分母为____而分子多为____，这类分式由于本身通分比较困难，所以采用____的方法构造简便的等量关系，进而代入求值。

|| 例题

11. 如果代数式 $m^2 + 2m = 1$ ，那么 $\frac{m^2 + 4m + 4}{m} \div \frac{m+2}{m^2}$ 的值为_____。

12. 已知 $\frac{1}{\frac{x}{y}} - \frac{1}{y} = 3$ ，则代数式 $\frac{2x + 3xy - 2y}{x - xy - y}$ 的值是（ ）。

A. $-\frac{11}{2}$

B. $-\frac{7}{2}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{9}{2}$

13. 若 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$, 则 $\frac{4x+3y-2z}{x+y+z} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 那么 $x^3 + \frac{1}{x^3} = (\quad)$.

A. 27

B. 21

C. 18

D. 15

15. 计算: 若 $x + \frac{1}{x} = 3$, 求 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ 的值.

16. 已知三个数 a 、 b 、 c 满足 $\frac{ab}{a+b} = \frac{1}{5}$, $\frac{bc}{b+c} = \frac{1}{6}$, $\frac{ca}{c+a} = \frac{1}{7}$, 则 $\frac{abc}{ab+bc+ca}$ 的值是 () .

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{2}{15}$

D. $\frac{1}{20}$

|| 练习

17. 如果代数式 $x^2 + x - 3 = 0$, 那么 $\left(x - \frac{3x}{x+1}\right) \div \frac{x-2}{x^2+2x+1}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 若 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 5$, 则分式 $\frac{2a+3ab-2b}{a-2ab-b}$ 值为 () .

A. $\frac{13}{5}$

B. $-\frac{3}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. 1

19. 设参数, 再求值. 已知 $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$, 求 $\frac{x+y+z}{3x-2y+z}$ 的值.

20. 已知 $a + \frac{1}{a} = 5$, 则 $\frac{a^4 + a^2 + 1}{a^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

21. 若 $x^2 + 4x + 1 = 0$, 求 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ 的值.

22. 已知: a 、 b 、 c 三个数满足 $\frac{ab}{a+b} = \frac{1}{3}$, $\frac{bc}{b+c} = \frac{1}{4}$, $\frac{ca}{c+a} = \frac{1}{5}$, 则 $\frac{abc}{ab+bc+ca}$ 的值为 () .

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{1}{20}$

 我学会了什么